

DISCONTINUITES DE TEMPERATURES PARIETALES DANS UN GAZ POLYATOMIQUE HORS D'EQUILIBRE

MICHEL LARINI et RAYMOND BRUN

Laboratoire de Dynamique des Systèmes Réactifs E.R.A. au C.N.R.S., Université de Provence, Centre de St Jérôme, 13397—Marseille Cedex 4, France

(Reçu le 24 Mai 1973)

Résumé—Deux aspects différents de l'interaction entre un gaz polyatomique hors d'équilibre et une paroi sont envisagés et deux modèles cinétiques correspondants sont présentés: l'un, grâce à la définition de coefficients "d'accommodation" et "d'échange", permet d'explicitier la possibilité d'échange entre les modes d'énergie d'un gaz lors de la réflexion moléculaire; l'autre modèle revient à estimer l'influence de l'épaisseur de la couche de Knudsen sur les discontinuités pariétales d'énergie, par résolution de l'équation de modèle B.G.K.M. dans les cas extrêmes où le gaz est figé ou en équilibre.

NOTATIONS

- | | | | |
|-----------------------|---|---|---|
| x , | coordonnée normale à la paroi; | E , | flux d'énergie cinétique; |
| n , | nombre de molécules par unité de volume; | ε , | flux d'énergie interne; |
| v , | vitesse moléculaire; | E^T , | $E + \varepsilon$; |
| v_x , | composante de v sur la normale à la paroi; | W , | indice caractérisant les conditions de Maxwell-Boltzmann à la température de la paroi; |
| m , | masse d'une molécule; | I , | indice caractérisant les grandeurs incidentes; |
| θ_{el} , | fréquence de collision élastique ou quasi élastique (chocs résonnants prépondérants); | R , | indice caractérisant les grandeurs réfléchies; |
| θ_{in} , | fréquence de collision inélastique; | n_0 , | } grandeurs macroscopiques du gaz sur la paroi; |
| θ_r , | fréquence de collision de référence; | T_0 , | |
| θ , | θ_{el} (cas figé); | T_{e0} , | |
| θ , | $\theta_{el} + \theta_{in}$ (cas en équilibre); | n_0^+ , | } grandeurs macroscopiques des molécules réfléchies à une distance de la paroi faible devant le libre parcours moyen; |
| T , | température de translation; | T_0^+ , | |
| T_e , | température interne; | T_{e0}^+ , | |
| T^f , | température interne figée; | ρ , | masse volumique du gaz; |
| T_m , | défini par $\frac{3}{2}kT_m + \bar{\varepsilon}(T_m) = \sum_a \int (\varepsilon^a + \frac{1}{2}mv^2) \times f_a^0 dv$; | D , | coefficient de diffusion propre; |
| k , | constante de Boltzmann; | ρ_s , | masse volumique du solide constituant la paroi; |
| c_v , | chaleur spécifique interne par unité de masse; | c_s , | chaleur spécifique du solide constituant la paroi; |
| c_e , | mc_v ; | λ_s , | coefficient de conduction thermique du solide constituant la paroi; |
| c_{pf} , | chaleur spécifique externe par unité de masse à pression constante; | T_a , | température de translation immédiatement à l'aval de l'onde de choc; |
| ε^a , | énergie interne d'une molécule de niveau quantique a ; | T_a' , | température interne immédiatement à l'aval de l'onde de choc. |
| $\bar{\varepsilon}$, | énergie interne moyenne par molécule; | Les autres notations sont définies dans le texte. | |

INTRODUCTION

IL EST bien connu qu'un gaz au voisinage immédiat d'une paroi ne peut être considéré, du point de vue de sa fonction de distribution comme un milieu maxwellien (influence de la paroi nulle) ni même enskogien (influence de la paroi faible); il est donc nécessaire, pour connaître le comportement de ce gaz dans ce voisinage (couche de Knudsen) de résoudre directement l'équation de Boltzmann avec une condition à la limite sur la paroi qui tient compte d'une interaction réaliste des molécules du gaz et des atomes de la paroi.

Ce problème, difficile pour des gaz monoatomiques [1, 6] se complique encore singulièrement dans le cas d'un gaz polyatomique hors d'équilibre.

On se propose ici d'examiner concurremment le déséquilibre apporté par la présence de la paroi et celui dû à la présence de degrés de liberté internes dans la couche de Knudsen et d'étudier l'influence de ces déséquilibres sur le comportement des grandeurs macroscopiques "à la paroi" pour le gaz d'Enskog, c'est-à-dire en fait les conditions à la limite des équations macroscopiques de la couche limite qui, on le sait, se traduisent par des discontinuités de ces grandeurs. On s'attache ici à l'étude de la discontinuité des températures (température de translation et température interne).

Le problème étant difficile à aborder dans son ensemble on l'étudie de deux façons de manière à en faire ressortir deux aspects différents, le premier mettant principalement l'accent sur le déséquilibre des modes d'énergie dans la couche de Knudsen (chocs intermoléculaires), le second sur les conditions de la réflexion moléculaire sur la paroi (chocs molécules-paroi).

Les hypothèses générales sur lesquelles reposent les deux parties de cette étude sont les suivantes:

—La vitesse macroscopique est nulle et le régime est stationnaire.

—Un seul mode d'énergie interne est considéré; ce mode peut être le mode de rotation, la vibration est alors figée, ou bien l'ensemble

des modes internes (rotation et vibration) pris globalement, en dépit du caractère tant soit peu irréaliste de cette dernière hypothèse [2].

Dans la première partie, on résout l'équation de Boltzmann dans la couche d'Enskog et dans la couche de Knudsen en remplaçant l'opérateur collisionnel par l'opérateur de Bhatnagar Gross et Krook [8] généralisé par Morse au cas d'un gaz polyatomique [3] (modèle B.G.K.M.); on examine uniquement les cas extrêmes: état figé et état d'équilibre. La condition à la limite à la paroi tient compte d'un coefficient d'accommodation propre à chaque mode d'énergie, sans considérer, lors de la réflexion, de couplage entre les modes.

Dans la seconde partie on tient compte, lors de la réflexion moléculaire, d'un échange possible entre les modes d'énergie du gaz, échange caractérisé par des "coefficients d'échange" analogues aux coefficients d'accommodation. Le problème est alors considéré globalement c'est-à-dire qu'on utilise une méthode analogue à celle que Maxwell a utilisée pour les gaz monoatomiques [4], méthode qui revient à négliger l'épaisseur de la couche de Knudsen. Finalement un exemple d'application de cette méthode est donné: il concerne le cas de la réflexion d'une onde de choc à l'extrémité d'un tube et on examine l'influence de ces divers coefficients sur le flux de chaleur pariétal du gaz soumis à l'onde de choc.

I. MODELE CINETIQUE SANS ECHANGE INTERMODE LORS DE LA REFLEXION MOLECULAIRE SUR LA PAROI

Dans cette partie on suppose donc que les échanges intermodes sont négligeables lors de la réflexion des molécules du gaz sur la paroi.

Il suffit alors d'intégrer l'équation d'évolution de la fonction de distribution et de définir une loi d'interaction entre le gaz et la paroi. Cette loi d'interaction peut être schématisée par l'introduction de coefficients d'accommodation propres à chaque mode d'énergie (cas figé), ou global (cas en équilibre) [5].

I.1 Equation B.G.K.M.

En régime stationnaire, l'équation B.G.K.M. s'écrit [3]

$$v_x \frac{\partial f_a}{\partial x} = (f_a^0 - f_a) \theta_{el} + (f_a^m - f_a) \theta_{in}, \quad (1)$$

f_a est la fonction de distribution de l'espèce caractérisée par le niveau quantique a

avec

$$f_a^0 = n \left(\frac{m}{2\pi k T} \right)^{\frac{3}{2}} \exp \left(\frac{-mv^2}{2kT} \right) \frac{\exp(-\varepsilon^a/kT_e)}{\sum_a \exp(-\varepsilon^a/kT_e)}$$

$$f_a^m = n \left(\frac{m}{2\pi k T_m} \right)^{\frac{3}{2}} \exp \left(\frac{-mv^2}{2kT_m} \right) \frac{\exp(-\varepsilon^a/kT_m)}{\sum_a \exp(-\varepsilon^a/kT_m)}$$

Le cas figé est caractérisé par les inégalités suivantes

$$\frac{\theta_{el}}{\theta_r} \gg 1 \gg \frac{\theta_{in}}{\theta_r}$$

on a alors

$$T_e = T'$$

le cas en équilibre est caractérisé par les inégalités suivantes

$$\frac{\theta_{el}}{\theta_r} \sim \frac{\theta_{in}}{\theta_r} \gg 1.$$

On a alors $T_e = T \Rightarrow T_m = T$.

I.2 Première approximation: épaisseur de la couche de Knudsen nulle

Cette hypothèse permet d'obtenir très aisément une première approximation des discontinuités de température. La zone d'interaction faible s'étend dans ce cas jusqu'à la paroi, ce qui revient à admettre dans tout le gaz pour l'équation (1) une solution qui est la fonction de distribution bien connue d'Enskog-Morse [3]

$$f_a = f_a^0 \left\{ 1 - \frac{1}{\theta} \left[v_x \left(\frac{mv^2}{2kT} - \frac{5}{2} \right) \frac{1}{T} \frac{dT}{dx} + v_x \left(\frac{\varepsilon^a - \bar{\varepsilon}}{kT_e} \right) \frac{1}{T_e} \frac{dT_e}{dx} \right] \right\}. \quad (2)$$

Il est évidemment possible de déduire l'équa-

tion (2) directement de l'équation de Boltzmann par la méthode d'Enskog. L'équation prend alors une forme identique mais θ est exprimé en fonction des coefficients de conductivité externe et interne. Cependant la forme (2) permet de comparer les résultats obtenus (épaisseur de la couche de Knudsen nulle) avec ceux exposés en I.3.

Cas figé: la loi d'interaction gaz-paroi est caractérisée par l'introduction de coefficients d'accommodation propres à l'énergie cinétique et à l'énergie interne

$$\beta = \frac{E_I - E_R}{E_I - E_w} \quad \beta' = \frac{\varepsilon_I - \varepsilon_R}{\varepsilon_I - \varepsilon_w}. \quad (3)$$

On obtient, avec les relations (2) et (3), les équations de conservation du flux moléculaire, du flux d'énergie cinétique et du flux d'énergie interne au voisinage immédiat de la paroi, les expressions des discontinuités de températures pariétales

$$\Delta T = \frac{5\sqrt{\pi}}{8\theta_{el}} \sqrt{\left(\frac{2kT}{m} \right) \frac{2 - \beta}{\beta} \left(\frac{dT}{dx} \right)_w} \quad (4)$$

$$\Delta T' = \frac{\sqrt{\pi}}{2\theta_{el}} \sqrt{\left(\frac{2kT}{m} \right) \frac{2 - \beta'}{\beta'} \left(\frac{dT'}{dx} \right)_w}. \quad (5)$$

Cas en équilibre: la loi d'interaction gaz paroi peut être caractérisé par la définition d'un coefficient d'accommodation global [5]

$$\beta_t = \frac{E_I^T - E_R^T}{E_I^T - E_w^T}. \quad (6)$$

Les relations (2) et (6) ainsi que l'équation de conservation du flux moléculaire et l'équation de conservation du flux d'énergie totale permettent d'obtenir l'expression de la discontinuité de température pariétale moyenne et unique T

$$\Delta T = \frac{\sqrt{\pi}}{2(\theta_{el} + \theta_{in})} \sqrt{\left(\frac{2kT}{m} \right) \left(\frac{\frac{5}{4} + \frac{c_e}{2k}}{1 + \frac{c_e}{2k}} \right) \times \frac{2 - \beta_t}{\beta_t} \left(\frac{dT}{dx} \right)_w}. \quad (7)$$

I.3 Deuxième approximation: épaisseur de la couche de Knudsen non nulle

La couche de Knudsen est une zone d'épaisseur de quelques libres parcours moyens, dans laquelle la fonction de distribution d'Enskog-Morse n'est plus solution de l'équation B.G.K.M.

On résout tout d'abord cette équation dans la couche de Knudsen, on résout également les équations de conservation par une méthode numérique et on en déduit l'expression des discontinuités de températures pariétales. L'interaction gaz paroi est déterminée par des coefficients d'accommodation identiques à ceux du paragraphe précédent.

I.3.1 Fonction de distribution dans la couche de Knudsen. A cause de la faible épaisseur de la couche de Knudsen on peut admettre dans les équations que les grandeurs macroscopiques (température, densité, flux de chaleur, ...) y restent sensiblement constantes [1] Par contre on montre que les gradients sont soumis à des variations sensibles [1].

On admet aussi que les variations des gradients sont du même ordre que ces gradients [7]. Ces trois hypothèses formulées sont classiques et elles caractérisent la couche de Knudsen. Si l'on cherche pour f_a une solution de la forme

$$f_a = f_a^0 + f_a^1 \text{ ou } f_a^1 \text{ est faible devant } f_a^0$$

l'équation (1) s'écrit, compte tenu des trois hypothèses précédentes

$$v_x \frac{\partial f_a^1}{\partial x} + \theta f_a^1 = -v_x \frac{\partial f_a^0}{\partial x} \tag{1'}$$

Les conditions aux limites à la paroi sont obtenues en résolvant l'équation suivante

$$\frac{\partial f_a^1}{\partial x} = -\frac{\partial f_a^0}{\partial x} \tag{8}$$

Dans un domaine compris entre la paroi et une abscisse χ telle que: $\chi \ll \lambda$, λ étant le libre parcours moyen moléculaire l'équation (8) n'est autre que l'équation (1'), lorsque l'on néglige l'influence des collisions moléculaires devant

l'influence des gradients. Si l'on admet de plus que les molécules réfléchies ont une fonction de distribution diffuse on obtient comme solution de l'équation (8) et donc comme condition aux limites pour l'équation (1')

$$f_{av_x < 0}^1(v, 0) = \frac{n_0^+ - n_0}{n} f_a^0 - \left(\frac{3}{2} - \frac{mv^2}{2kT} \right) \times \frac{T_0^+ - T_0}{T} f_a^0 + \left(\frac{\varepsilon^a - \bar{\varepsilon}}{kTe} \right) \frac{T_{e0}^- - T_{e0}}{T_e} f_a^0 \tag{9}$$

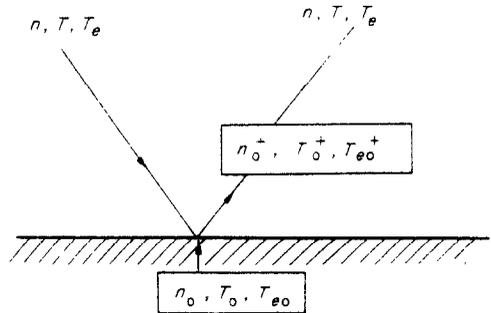


FIG. 1. Conditions aux limites à la paroi

D'autre part, la résolution de l'équation (1') fournit la solution suivante, compte tenu de la relation (9)

$$f_{av_x < 0}^1 = \left[\frac{n_0^+ - n_0}{n} - \left(\frac{3}{2} - \frac{mv^2}{2kT} \right) \frac{T_0^+ - T_0}{T} + \frac{T_{e0}^- - T_{e0}}{T_e} \left(\frac{\varepsilon^a - \bar{\varepsilon}}{kTe} \right) \right] f_a^0 e^{-(\theta/v_x)x} - \int_0^x \frac{1}{n} \frac{dn}{dx}(t) f_a^0 e^{(\theta/v_x)(t-x)} dt + \left(\frac{3}{2} - \frac{mv^2}{2kT} \right) \int_0^x \frac{1}{T} \frac{dT}{dx}(t) f_a^0 e^{(\theta/v_x)(t-x)} dt - \frac{\varepsilon^a - \bar{\varepsilon}}{kTe} \int_0^x \frac{1}{T_e} \frac{dT_e}{dx}(t) f_a^0 e^{(\theta/v_x)(t-x)} dt$$

$$f_{av_x < 0}^1 = \int_x^{\infty} \frac{1}{n} \frac{dn}{dx}(t) f_a^0 e^{(\theta/v_x)(t-x)} dt - \left(\frac{3}{2} - \frac{mv^2}{2kT} \right)$$

$$\times \int_x^\infty \frac{1}{T} \frac{dT}{dx}(t) f_a^0 e^{(\theta/v_x)(t-x)} dt + \frac{\varepsilon^a - \bar{\varepsilon}}{kTe} \int_x^\infty \frac{1}{T_e} \times \frac{dT_e}{dx}(t) f_a^0 e^{(\theta/v_x)(t-x)} dt. \quad (10)$$

On vérifie que si $x \rightarrow \infty$ $f_{av_x > 0}^1$ et $f_{av_x < 0}^1$ tendent vers la solution d'Enskog-Morse (relation (2)).

1.3.2 *Equations de conservation.* Dans ce qui précède, on a exprimé, la fonction de distribution dans la couche de Knudsen en fonction de $dn/dx(x)$, $dT/dx(x)$, $dT'/dx(x)$ (cas figé) $dn/dx(x)$, $dT/dx(x)$ (cas en équilibre). Ces gradients sont des inconnues du problème. On dispose pour les déterminer des équations de conservation de l'énergie et du flux moléculaire.

Cas figé: quel que soit x , le flux moléculaire est nul. On a donc

$$\sum_a \int_{v_x > 0} v_x f_{av_x > 0}^1 dv_x dv_y dv_z + \sum_a \int_{v_x < 0} v_x f_{av_x < 0}^1 dv_x dv_y dv_z = 0. \quad (11)$$

De même, quel que soit x , le flux d'énergie cinétique est égal au flux de chaleur de translation. Il en résulte

$$-\lambda \left(\frac{dT}{dx} \right)_w = \sum_a \int_{v_x > 0} \frac{1}{2} m v_x^2 v_x f_{av_x > 0}^1 dv_x dv_y dv_z + \sum_a \int_{v_x < 0} \frac{1}{2} m v_x^2 v_x f_{av_x < 0}^1 dv_x dv_y dv_z. \quad (12)$$

Enfin, le flux d'énergie interne est égal au flux de chaleur interne. Donc

$$-\lambda' \left(\frac{dT'}{dx} \right)_w = \sum_a \varepsilon^a \int_{v_x > 0} v_x f_{av_x > 0}^1 dv_x dv_y dv_z + \sum_a \varepsilon^a \int_{v_x < 0} v_x f_{av_x < 0}^1 dv_x dv_y dv_z. \quad (13)$$

Cas en équilibre: on a de même

$$\sum_a \int_{v_x > 0} v_x f_{av_x > 0}^1 dv_x dv_y dv_z + \sum_a \int_{v_x < 0} v_x f_{av_x < 0}^1 dv_x dv_y dv_z = 0 \quad (14)$$

(flux moléculaire nul).

D'autre part, le flux d'énergie totale est égal

à la somme du flux de chaleur de translation et du flux de chaleur interne.

$$-(\lambda + \lambda') \left(\frac{dT}{dx} \right)_w = \sum_a \int_{v_x > 0} (\varepsilon^a + \frac{1}{2} m v^2) v_x \times f_{av_x > 0}^1 dv_x dv_y dv_z + \sum_a \int_{v_x < 0} (\varepsilon^a + \frac{1}{2} m v^2) v_x \times f_{av_x < 0}^1 dv_x dv_y dv_z. \quad (15)$$

On pose dans les deux cas (figé et en équilibre)

$$V = \sqrt{\left(\frac{m}{2kT} \right)} v \quad \xi = \theta \sqrt{\left(\frac{m}{2kT} \right)} x$$

$$L_{mn}(\xi) = \int_{v_x > 0} V_x V^{2m} \left(\frac{3}{2} - V^2 \right) \times \exp\left(-\frac{\xi}{V_x} - V^2 \right) dV_x dV_y dV_z.$$

Les équations (11)–(15) s'écrivent alors, compte tenu de la relation (10) et de la définition de λ et λ' , sous les formes suivantes

Cas figé:

$$\frac{n_0^+ - n_0}{n} L_{00}(\xi) - \frac{T_0^+ - T_0}{T} L_{01}(\xi) - \int_0^\infty \frac{1}{n} \frac{dn}{d\xi}(\tau) L_{00}(|\xi - \tau|) d\tau + \int_0^\infty \frac{1}{T} \frac{dT}{d\xi}(\tau) L_{01}(|\xi - \tau|) d\tau = 0$$

$$\frac{n_0^+ - n_0}{n} L_{10}(\xi) - \frac{T_0^+ - T_0}{T} L_{11}(\xi) - \int_0^\infty \frac{1}{n} \frac{dn}{d\xi}(\tau) L_{10}(|\xi - \tau|) d\tau + \int_0^\infty \frac{1}{T} \frac{dT}{d\xi}(\tau) L_{11}(|\xi - \tau|) d\tau$$

$$= -\frac{5\pi\sqrt{\pi}}{4T} \left(\frac{dT}{d\xi} \right)_w$$

$$\frac{T_0^{+'} - T_0'}{T} L_{00}(\xi) - \int_0^\infty \frac{1}{T'} \frac{dT'}{d\xi}(\tau) L_{00}(|\xi - \tau|) d\tau = -\frac{\pi\sqrt{\pi}}{2T'} \left(\frac{dT'}{d\xi} \right)_w$$

On pose également

$$\begin{aligned} \frac{(n_0^+ - n_0)/n}{(1/T)(dT/d\xi)_w} &= \gamma_{f_1} \\ -\frac{(T_0^+ - T_0)/T}{(1/T)(dT/d\xi)_w} &= \gamma_{f_2} \\ \frac{(T_0^{+'} - T_0')/T'}{(1/T')(dT'/d\xi)_w} &= \gamma_{f_3} \\ -\frac{(1/n)(dn/d\xi)}{(1/T)(dT/d\xi)_w} &= \varphi_f(\xi) \\ \frac{(1/T)(dT/d\xi)}{(1/T)(dT/d\xi)_w} &= \Psi_f(\xi) \\ \frac{(1/T')(dT'/d\xi)}{(1/T')(dT'/d\xi)_w} &= \eta_f(\xi). \end{aligned}$$

Il vient alors

$$\begin{aligned} \gamma_{f_1} L_{00}(\xi) + \gamma_{f_2} L_{01}(\xi) + \int_0^\infty \varphi_f(\tau) L_{00}(|\xi - \tau|) d\tau \\ + \int_0^\infty \Psi_f(\tau) L_{01}(|\xi - \tau|) d\tau = 0 \\ \gamma_{f_1} L_{10}(\xi) + \gamma_{f_2} L_{11}(\xi) + \int_0^\infty \varphi_f(\tau) L_{10}(|\xi - \tau|) d\tau \\ + \int_0^\infty \Psi_f(\tau) L_{11}(|\xi - \tau|) d\tau = -\frac{5}{4}\pi\sqrt{\pi} \\ \gamma_{f_3} L_{00}(\xi) - \int_0^\infty \eta_f(\tau) L_{00}(|\xi - \tau|) d\tau \\ = -\frac{\pi\sqrt{\pi}}{2}. \end{aligned} \quad (16)$$

Cas en équilibre :

$$\begin{aligned} \frac{n_0^+ - n_0}{n} L_{00}(\xi) - \frac{T_0^+ - T_0}{T} L_{10}(\xi) \\ - \int_0^\infty \frac{1}{n} \frac{dn}{d\xi} L_{00}(|\xi - \tau|) d\tau \\ + \int_0^\infty \frac{1}{T} \frac{dT}{d\xi} L_{01}(|\xi - \tau|) d\tau = 0 \\ \frac{n_0^+ - n_0}{n} L_{00}(\xi) - \frac{T_0^+ - T_0}{T} \\ \times \left[L_{11}(\xi) - \frac{c_e}{k} L_{00}(\xi) \right] - \int_0^\infty \frac{1}{n} \frac{dn}{d\xi} \\ \times L_{10}(|\xi - \tau|) d\tau + \int_0^\infty \frac{1}{T} \frac{dT}{d\xi} \left[L_{11}(|\xi - \tau|) \right. \\ \left. - \frac{c_e}{k} L_{00}(|\xi - \tau|) \right] d\tau \\ = -\pi\sqrt{\pi} \left(\frac{5}{4} + \frac{c_e}{2k} \right) \frac{1}{T} \left(\frac{dT}{d\xi} \right)_w. \end{aligned}$$

On pose, dans ce cas

$$\begin{aligned} \frac{(n_0^+ - n_0)/n}{(1/T)(dT/d\xi)_w} &= \gamma_{e_1} \\ -\frac{(T_0^+ - T_0)/T}{(1/T)(dT/d\xi)_w} &= \gamma_{e_2} \\ -\frac{(1/n)(dn/d\xi)}{(1/T)(dT/d\xi)_w} &= \varphi_e(\xi) \\ \frac{(1/T)(dT/d\xi)}{(1/T)(dT/d\xi)_w} &= \Psi_e(\xi). \end{aligned}$$

Il vient alors

$$\gamma_{e_1} L_{00}(\xi) + \gamma_{e_2} L_{01}(\xi) + \int_0^\infty \varphi_e(\tau) L_{00}(|\xi - \tau|) d\tau$$

$$\begin{aligned}
 & + \int_0^\infty \Psi_e(\tau) L_{01}(|\xi - \tau|) d\tau = 0 \\
 \gamma_{e1} L_{10}(\xi) + \gamma_{e2} \left[L_{11}(\xi) - \frac{c_e}{k} L_{00}(\xi) \right] \\
 & + \int_0^\infty \varphi_e(\tau) L_{10}(|\xi - \tau|) d\tau \\
 & + \int_0^\infty \Psi_e(\tau) \left[L_{11}(|\xi - \tau|) - \frac{c_e}{k} \right. \\
 & \left. \times L_{00}(|\xi - \tau|) \right] d\tau = -\pi\sqrt{\pi} \left(\frac{5}{4} + \frac{c_e}{2k} \right). \quad (17)
 \end{aligned}$$

Dans les deux cas (figé et en équilibre) on résout numériquement les systèmes d'équations obtenues (16) et (17). Les résultats en ce qui concerne la variation des gradients $\Psi_f(\xi)$, $\eta_f(\xi)$, $\Psi_e(\xi)$ sont représentés sur la Fig. 2.

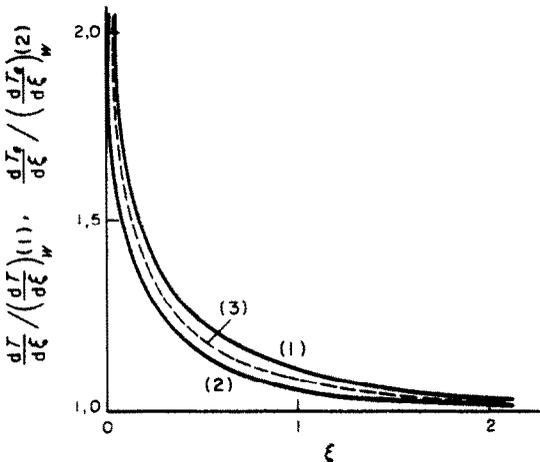


FIG. 2. Evolution des gradients de température dans la couche de Knudsen (courbes 1 et 2: cas figé, courbe 3: cas en équilibre fonction de c_e/k).

1.3.3 *Expression des discontinuités de températures pariétales.* Par définition, la discontinuité de température pour un gaz d'Enskog peut se mettre sous la forme suivante

$$\Delta T = T_{E0} - T_w$$

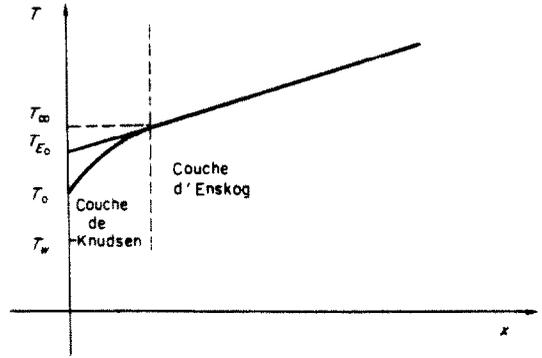


FIG. 3. Discontinuité de température pariétale.

$$\begin{aligned}
 T_{E0} - T_w &= (T_0 - T_w) + (T_{E0} - T_0) \\
 T_{E0} - T_0 &= T_{E0} - T(\infty) + T(\infty) - T_0 \\
 &= \int_0^\infty \left[\frac{dT}{dx} - \left(\frac{dT}{dx} \right)_w \right] dx.
 \end{aligned}$$

D'où

$$\Delta T = T_0 - T_w + \int_0^\infty \left[\frac{dT}{dx} - \left(\frac{dT}{dx} \right)_w \right] dx.$$

De même

$$\Delta T' = T'_0 - T_w + \int_0^\infty \left[\frac{dT'}{dx} - \left(\frac{dT'}{dx} \right)_w \right] dx.$$

Compte tenu des changements de variables effectués dans le paragraphe précédent il vient

Cas figé:

$$\begin{aligned}
 \Delta T' &= \frac{\sqrt{\pi} 2 - k_2 \beta'}{2 \beta'} \left(\frac{dT'}{d\xi} \right)_w \\
 &= \frac{\sqrt{\pi}}{2\theta_{el}} \sqrt{\left(\frac{2kT}{m} \right)} \frac{2 - k_2 \beta'}{\beta'} \left(\frac{dT'}{dx} \right)_w \quad (18)
 \end{aligned}$$

avec

$$k_2 = 2 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left[-\gamma_{f3} + \int_0^\infty (n_f(\tau) - 1) d\tau \right] \quad (19)$$

$$\begin{aligned}
 (\Delta T)_f &= \frac{5}{8} \sqrt{\pi} \frac{2 - k_1 \beta}{\beta} \left(\frac{dT}{d\xi} \right)_w \\
 &= \frac{5\sqrt{\pi}}{8\theta_{ei}} \sqrt{\frac{2kT}{m}} \frac{2 - k_1 \beta}{\beta} \left(\frac{dT}{dx} \right)_w \quad (20)
 \end{aligned}$$

avec

$$k_1 = 2 - \frac{8}{5\sqrt{\pi}} \left[\gamma_{f_2} + \int_0^\infty [\Psi_f(\tau) - 1] d\tau \right] \quad (21)$$

Cas en équilibre:

$$(\Delta T) = \frac{\sqrt{\pi}(\frac{5}{4} + c_e/2k)}{2(1 + c_e/2k)} \frac{2 - k_1 \beta_r}{\beta_r} \left(\frac{dT}{d\xi} \right)_w \quad (22)$$

D'où

$$\begin{aligned}
 (\Delta T) &= \frac{\sqrt{\pi}}{2(\theta_{ei} + \theta_{in})} \sqrt{\left(\frac{2kT}{m} \right) \frac{(\frac{5}{4} + c_e/2k)}{(1 + c_e/2k)}} \\
 &\quad \times \frac{2 - k_1 \beta_r}{\beta_r} \left(\frac{dT}{dx} \right)_w
 \end{aligned}$$

avec

$$\begin{aligned}
 k_1 &= 2 - \frac{2(1 + c_e/2k)}{\sqrt{\pi}(\frac{5}{4} + c_e/2k)} \\
 &\quad \times \left[\gamma_{e_2} + \int_0^\infty [\Psi_e(\tau) - 1] d\tau \right] \quad (23)
 \end{aligned}$$

Ces expressions diffèrent des expressions obtenues en négligeant l'épaisseur de la couche de Knudsen (équations (4), (5) et (7)) par l'existence des coefficients correctifs k_1, k_2, k_t , ceux-ci caractérisent donc l'influence de la couche de Knudsen sur les discontinuités de températures pariétales. Pour déterminer k_1, k_2, k_t , on utilise les résultats provenant de l'intégration des systèmes d'équations (16) et (17). γ_{f_2} et γ_{e_2} sont déterminés au point $\xi = 0$; il est alors possible à l'aide des relations (19), (21) et (23) de calculer k_1, k_2, k_t .

1.3.4 Résultats obtenus.

Cas figé: le calcul de γ_{f_2} et γ_{f_3} , conduit aux résultats suivants

$$k_1 = 0,820 \quad k_2 = 0,852.$$

Cas en équilibre: $\Psi_e(\xi)$ dépend évidemment de c_e/k . On montre analytiquement que, quel que soit c_e/k

$$\eta_f(\xi) < \Psi_e(\xi) < \Psi_f(\xi)$$

en effet

Si $\frac{c_e}{k} = 0 \quad \Psi_e(\xi) = \Psi_f(\xi).$

Si $\frac{c_e}{k} \rightarrow \infty \quad \Psi_e(\xi) \rightarrow \eta_f(\xi).$

La détermination de γ_{e_2} nous permet d'obtenir k_t en fonction de c_e/k (Tableau 1, Fig. 4).

Tableau 1. Valeurs de k_t en fonction de de c_e/k

c_e/k	0	1	3	5	100
k_t	0,820	0,821	0,828	0,832	0,852

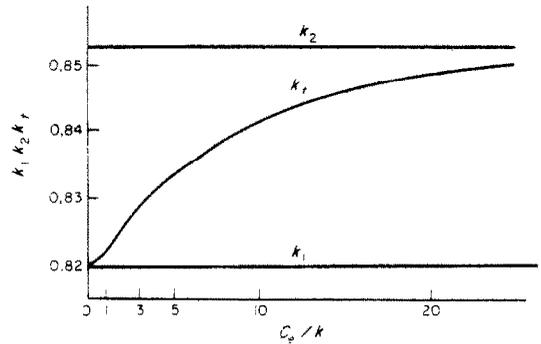


FIG. 4. Variations de k_1, k_2, k_t en fonction de c_e/k .

On montre analytiquement que

si $\frac{c_e}{k} = 0 \quad k_t = k_1$
(énergie interne nulle).

Si $\frac{c_e}{k} \rightarrow \infty \quad k_t \rightarrow k_2$
(énergie interne prépondérante).

Ces résultats sont confirmés par la calcul

numérique.

On peut évaluer l'erreur faite en négligeant la couche de Knudsen pour la détermination des coefficients d'accommodation (Fig. 5).

compte du rôle spécifiquement défigeant de la paroi (catalycité). Pour pallier cet inconvénient il faudrait introduire des fréquences de collision dépendant de x dans la couche de Knudsen.

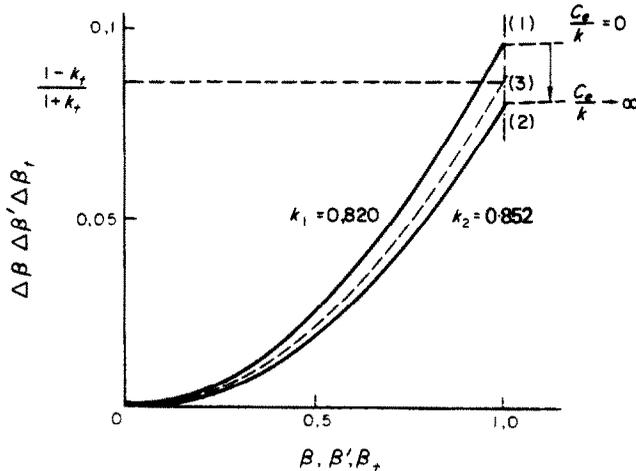


FIG. 5. Influence de la valeur de k_1, k_2, k_r sur la détermination de β (courbe 1), β' (courbe 2), β_1 (courbe 3).

Par ailleurs, la valeur de k_1 diffère seulement d'environ 1 pour cent de celle trouvée précédemment dans les cas monoatomique [1, 6].

1.4 Conclusion

En conclusion, indépendamment des résultats obtenus, il peut se dégager de cette étude deux remarques d'ordre général. La première remarque concerne les résultats que l'on peut espérer obtenir du cas général où l'on tient compte de la relaxation

$$\left(\frac{\theta_{el}}{\theta_r} \gg \frac{\theta_{in}}{\theta_r} \sim 1 \right),$$

donc de l'échange intermode dû aux collisions moléculaires dans la couche de Knudsen: la valeur des coefficients k_1 et k_2 dans ce cas différera peu des valeurs extrêmes obtenus ici qui sont elles-mêmes assez peu différentes. La deuxième remarque concerne la limite de la présente analyse: en effet θ_{el} et θ_{in} étant ici supposés constants, il n'est pas possible de tenir

II. MODELE CINETIQUE AVEC ECHANGE INTERMODE DANS LA COUCHE DE KNUDSEN ET LORS DE LA REFLEXION MOLECULAIRE SUR LA PEROI

Dans cette partie on utilise une méthode dérivée de la méthode de Maxwell [4] étendue à un gaz polyatomique pour déterminer les conditions aux limites du gaz d'Enskog. Celle-ci consiste à admettre que les molécules incidentes possèdent une fonction de distribution imposée. On tient compte de plus du rôle spécifiquement catalytique de la paroi, c'est-à-dire que l'on admet que celle-ci peut provoquer des échanges entre les divers modes d'énergie dans la couche de Knudsen et lors de la réflexion moléculaire. Ces échanges ont pour effet de favoriser un retour à l'équilibre thermodynamique. L'interaction gaz paroi est caractérisée par des coefficients d'accommodation originaux propres à chaque mode d'énergie; les échanges intermodes sont également caractérisés par des coefficients particuliers. Une fois déterminées les discontinuités de température pariétale, on

résout un problème macroscopique particulier, en l'occurrence le comportement d'un gaz soumis à une onde de choc réfléchie à l'extrémité d'un tube à choc. La résolution des équations caractérisant l'écoulement entre le choc et la paroi permet d'obtenir l'expression de l'élévation de température pariétale et du flux de chaleur pariétal en fonction du temps et de mettre en évidence l'influence des divers coefficients sur ces grandeurs.

II.1 Expression des discontinuités de température pariétale

II.1.1 Fonction de distribution des molécules incidentes. Les molécules incidentes sont caractérisées par la fonction de distribution suivante

$$f_a = f_a^0 \left(1 + \frac{2}{5} \frac{m\lambda}{n(kT)^2} \left(\frac{5}{2} - \frac{mv^2}{2kT} \right) v_x \right) \times \frac{dT}{dx} - \frac{1}{n} \frac{\rho D}{kT} \times \frac{1}{T'} \left(\frac{\varepsilon^a - \bar{\varepsilon}}{kT'} \right) v_x \frac{dT'}{dx}. \quad (24)$$

Cette fonction de distribution représente la solution d'Enskog pour un gaz polyatomique possédant un mode d'énergie interne. Cette fonction est obtenue en supposant que le gaz est figé dans la couche d'Enskog. Cette hypothèse est abandonnée dans la couche de Knudsen et lors de la réflexion moléculaire (rôle catalytique de la paroi). On introduit donc un modèle d'interaction différent de celui de Maxwell.

II.1.2 Modèle d'interaction avec la paroi. La distance χ est faible devant le libre parcours moyen moléculaire. On suppose que les molécules incidentes sont issues de la couche d'Enskog

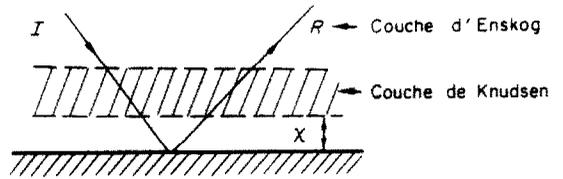


FIG. 6. Schéma d'interaction gaz-paroi.

avec la fonction de distribution imposée (24). Elles subissent alors un certain nombre de chocs efficaces dans la couche de Knudsen avant d'entrer en interaction avec la paroi. Elles échangent de l'énergie avec celle-ci et sont réfléchies, elles subissent alors un certain nombre de collisions efficaces avant de rejoindre la couche d'Enskog.

Echange intermode: on appelle échange intermode tout échange dont l'effet moyen est de transférer de l'énergie cinétique vers l'énergie interne et réciproquement.

Deux exemples de tels échanges sont décrits ci-dessous

(a) *Interaction molécule-molécule dans la couche de Knudsen*. Dans la couche de Knudsen, des collisions efficaces se produisent entre des molécules tant incidentes que réfléchies; l'effet moyen de ces collisions sur les molécules incidentes et réfléchies est de produire un échange intermode (relaxation moléculaire).

(b) *Interaction molécule-paroi*. Chaque molécule peut convertir sa propre énergie de translation en énergie interne et réciproquement lors de l'interaction avec la paroi selon le processus décrit par les schémas suivants (Fig. 7). i et j sont

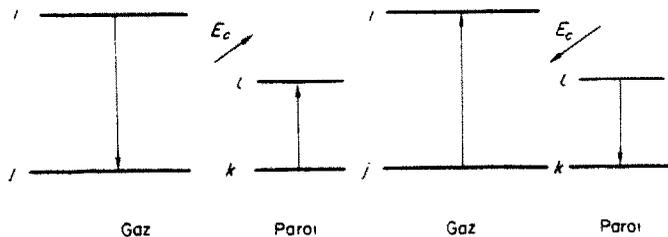


FIG. 7. Processus possibles d'interaction gaz-paroi.

deux niveaux d'énergie interne de la molécule gazeuse entre lesquels peut s'effectuer une transition, pendant qu'un atome de la paroi passe d'un état k à un état l ou de l'état l à l'état k (Fig. 7).

Quand la molécule de gaz passe du niveau i au niveau j l'atome passant du niveau k au niveau l il y a transport d'énergie interne de la molécule vers l'énergie cinétique.

Quand la molécule passe du niveau j au niveau i l'atome passant du niveau l au niveau k il y a apport d'énergie cinétique vers l'énergie interne.

On appelle \mathcal{L} le flux d'énergie échangée dans le sens énergie cinétique \rightarrow énergie interne et \mathcal{L}' le flux d'énergie échangée dans le sens énergie interne \rightarrow énergie cinétique.

On peut alors écrire qu'une partie de ces flux $\mu\mathcal{L}$ et $\mu'\mathcal{L}'$ ($0 < \mu, \mu' < 1$) sont disponibles pour un échange ultérieur avec la paroi, ce qui revient à dire que cette partie vient s'ajouter au flux d'énergie incidente.

La partie restante $[(1 - \mu)\mathcal{L}$ et $(1 - \mu')\mathcal{L}']$ s'ajoute au flux d'énergie réfléchi (Fig. 8).

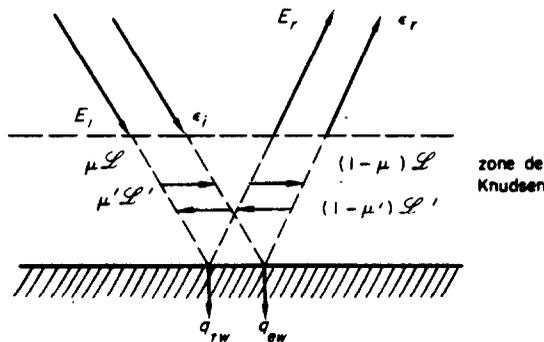


FIG. 8. Modèle d'interaction avec la paroi.

Coefficients d'accommodation: les lois d'interaction gaz-paroi sont caractérisées par deux coefficients d'accommodation propres à chaque mode d'énergie moléculaire, rendant

compte de l'aptitude du couple gaz-paroi à échanger de l'énergie

$$\beta = \frac{[E_I + \mu'\mathcal{L}' - \mu\mathcal{L}] - [E_R + (1 - \mu)\mathcal{L} - (1 - \mu')\mathcal{L}']}{[E_I + \mu'\mathcal{L}' - \mu\mathcal{L}] - E_w} = \frac{E_I - E_R + \mathcal{L}' - \mathcal{L}}{E_I - E_w + \mu'\mathcal{L}' - \mu\mathcal{L}}$$

$$\beta' = \frac{\varepsilon_I - \varepsilon_R + \mathcal{L} - \mathcal{L}'}{\varepsilon_I - \varepsilon_w + \mu\mathcal{L} - \mu'\mathcal{L}'} \quad (26)$$

II.1.3 Equations fondamentales.

Equations d'échanges intermodes: on pose en première approximation que les flux d'échanges intermodes sont proportionnels aux écarts $E_I - E_w$, $\varepsilon_I - \varepsilon_w$ c'est-à-dire

$$\mathcal{L} = \alpha(E_I - E_w)$$

$$\mathcal{L}' = \alpha'(\varepsilon_I - \varepsilon_w) \quad (27)$$

où α et α' sont des coefficients d'échanges intermodes caractérisant l'intensité des échanges. Ils sont tous deux compris entre 0 et 1.

Equations de conservation: le flux moléculaire à la limite des couches d'Enskog et Knudsen est nul

$$N_I - N_R = 0 \quad \text{ou} \quad N_I - N_w = 0.$$

Soit

$$\frac{n_I}{2} \sqrt{\left(\frac{2kT_I}{\pi m}\right)} = \frac{n_R}{2} \sqrt{\left(\frac{2kT_R}{\pi m}\right)} = \frac{n_w}{2} \sqrt{\left(\frac{2kT_w}{\pi m}\right)} \quad (28)$$

Le bilan d'énergie cinétique, à la limite de la zone d'Enskog s'écrit sous la forme suivante

$$E_I - E_R = -q_{iw} + \mathcal{L} - \mathcal{L}'. \quad (29)$$

Le bilan d'énergie interne s'écrit de même

$$\varepsilon_I - \varepsilon_R = -q_{ew} + \mathcal{L}' - \mathcal{L}. \quad (30)$$

II.1.4 *Expression des discontinuités de température pariétale.* Les équations (29) et (30) compte tenu des expressions (28)–(25) et de la fonction (24) s'écrivent :

$$E_I - E_W = \frac{1}{1 - K - K'} \times \left(-\frac{1 - K'}{\beta} q_{tw} + \frac{K'}{\beta'} q_{ew} \right) \quad (31)$$

$$\varepsilon_I - \varepsilon_W = \frac{1}{1 - K - K'} \times \left(-\frac{1 - K}{\beta'} q_{ew} + \frac{K}{\beta} q_{tw} \right)$$

$K = \mu\alpha$, $K' = \mu'\alpha'$ représentent finalement l'efficacité de l'échange intermode.

Avec

$$E_I - E_W = \lambda n_w \times \sqrt{\left(\frac{2kT_w}{\pi m} \right)} \times (T - T_w) - \frac{q_{tw}}{2} \quad (32)$$

$$\varepsilon_I - \varepsilon_W = mC_v \times \frac{n_w}{2} \sqrt{\left(\frac{2kT_w}{\pi m} \right)} \times (T' - T_w) - \frac{q_{ew}}{2}$$

Il vient alors

$$\Delta T = \frac{1}{A} \left[\frac{2(1 - K') - \beta(1 - K - K')}{2\beta(1 - K - K')} q_t - \frac{K'}{\beta'(1 - K - K')} q_e \right]_w \quad (33)$$

$$\Delta T' = \frac{1}{B} \left[\frac{2(1 - K) - \beta'(1 - K - K')}{2\beta'(1 - K - K')} q_t - \frac{K}{\beta(1 - K - K')} q_e \right]_w$$

avec

$$A = kn_w \sqrt{\left(\frac{2kT_w}{\pi m} \right)} \quad B = mC_v \frac{n_w}{2} \sqrt{\left(\frac{2kT_w}{\pi m} \right)}$$

La forme des expressions (33) montre que, contrairement aux expressions (4, 5) de la première partie, il existe un couplage entre ΔT et $\Delta T'$ par l'intermédiaire des flux de chaleur propres à chaque mode: ce couplage provient des coefficients d'efficacité d'échange intermodes K et K' . Si K et $K' = 0$ on retrouve évidemment les expressions (4, 5).

II.2 *Application: réflexion d'une onde de choc à l'extrémité d'un tube à choc*

Immédiatement après la réflexion de l'onde de choc, le gaz est fortement déséquilibré. L'énergie cinétique est excitée alors que l'énergie interne est restée figée. Dans ces conditions

$$E_I - E_W \gg \varepsilon_I - \varepsilon_W$$

On peut donc en première approximation négliger \mathcal{L}' devant \mathcal{L} .

Les conditions aux limites (33) du gaz deviennent alors

$$T = T_w + \Gamma_a \left(\frac{dT}{dx} \right)_w \quad (34)$$

$$T' = T_w + \Gamma'_a \left(\frac{dT'}{dx} \right)_w - \Gamma_e \left(\frac{dT}{dx} \right)_w$$

avec

$$\Gamma_a = \frac{2 - (1 - K)\beta}{2(1 - K)\beta} \times \frac{\lambda}{A}$$

$$\Gamma'_a = \frac{2 - \beta'}{2\beta'} \times \rho DC_v \times \frac{1}{B} \quad (\rho DC_v = \lambda')$$

$$\Gamma_e = \frac{K}{\beta(1 - K)} \times \frac{\lambda}{B}$$

$$q_t = -\lambda \left(\frac{dT}{dx} \right)$$

$$q_e = -(\rho DC_v) \left(\frac{dT'}{dx} \right)$$

On résoud alors les équations macroscopiques de l'écoulement entre l'onde de choc réfléchie

et la paroi en tenant compte des relations (34). Cette méthode de résolution est décrite par exemple dans la référence [5].

La résolution de ces équations conduit à l'expression suivante pour le flux de chaleur pariétal total.

$$\begin{aligned}
 q_w = q_{iw} + q_{ew} = C_{pf} \sqrt{\left(\frac{\partial_f}{t_f}\right)} (T_a - T_w) \\
 \times \exp \frac{t}{t_f} \operatorname{erfc} \sqrt{\left(\frac{t}{t_f}\right)} + C_v \sqrt{\left(\frac{L_f \partial_f}{t_f}\right)} \\
 \times (T'_a - T_w) \exp \frac{t}{t'_f} \operatorname{erfc} \sqrt{\left(\frac{t}{t'_f}\right)} \\
 + C_v (T_a - T_w) \frac{\sqrt{(t'_f)}}{\sqrt{(t'_f)} - \sqrt{(t_f)}} \\
 \times \left(\sqrt{\left(\frac{L_f \partial_f}{t_f}\right)} \exp \frac{t}{t_f} \operatorname{erfc} \sqrt{\left(\frac{t}{t_f}\right)} - \sqrt{\left(\frac{L_f \partial_f}{t'_f}\right)} \right. \\
 \left. \times \exp \frac{t}{t'_f} \operatorname{erfc} \sqrt{\left(\frac{t}{t'_f}\right)} \right)
 \end{aligned}$$

L_f est le nombre de Lewis figé, t_f , t'_f et t''_f apparaissent comme des temps caractéristiques des phénomènes d'accommodation et d'échange. Par ailleurs, des lois de conduction dans le solide que constitue la paroi [5] on peut déduire l'expression de l'élévation de température pariétale ΔT_w , grandeur directement accessible par l'expérience

$$\begin{aligned}
 \Delta T_w = C_{pf} \sqrt{\left(\frac{\partial_f}{\rho_s C_s \lambda_s}\right)} \left(1 - \exp \frac{t}{t_f}\right) \\
 \times \operatorname{erfc} \sqrt{\left(\frac{t}{t_f}\right)} (T_a - T_w) + C_v \sqrt{\left(\frac{L_f \partial_f}{\rho_s C_s \lambda_s}\right)} \\
 \times \left(1 - \exp \frac{t}{t'_f} \operatorname{erfc} \sqrt{\left(\frac{t}{t'_f}\right)}\right) (T'_a - T_w) \\
 + C_v \sqrt{\left(\frac{L_f \partial_f}{\rho_s C_s \lambda_s} \frac{\sqrt{(t'_f)}}{\sqrt{(t'_f)} - \sqrt{(t_f)}}\right)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \times \left(\exp \frac{t}{t'_f} \operatorname{erfc} \sqrt{\left(\frac{t}{t'_f}\right)} - \exp \frac{t}{t_f} \right. \\
 \left. \times \operatorname{erfc} \sqrt{\left(\frac{t}{t_f}\right)} \right) (T_a - T_w)
 \end{aligned}$$

avec

$$\begin{aligned}
 \partial_f = \frac{\rho \lambda}{C_{pf}} \quad L_f = \frac{\rho D C_{pf}}{\lambda} \quad t_f = \frac{\rho^2 \Gamma_a^2}{\partial_f} \\
 t'_f = \frac{\rho^2 \Gamma_a'^2}{L_f \partial_f} \quad t''_f = \frac{\rho^2 \Gamma_a''^2}{\partial_f}
 \end{aligned}$$

Immédiatement après la réflexion de l'onde de choc (t faible) et dans le cas habituel où $T'_a = T_w$, alors l'expression du flux de chaleur devient

$$\begin{aligned}
 q_w = C_{pf} \sqrt{\left(\frac{\partial_f}{t_f}\right)} (T_a - T_w) + C_v \sqrt{(L_f \partial_f)} \\
 \times \sqrt{\left(\frac{t'_f}{t_f t'_f}\right)} (T_a - T_w)
 \end{aligned}$$

Pour examiner l'influence de l'échange intermode sur le flux de chaleur pariétal on explicite le rapport $(q_w)_{k=0}$ et on obtient alors l'expression relativement simple suivante:

$$\begin{aligned}
 \frac{q_w}{(q_w)_{k=0}} = \frac{\Delta T_w}{(\Delta T_w)_{k=0}} \\
 = \frac{1 + K \frac{2\beta' - 2\beta + \beta\beta'}{\beta(2 - \beta')}}{1 + \frac{\beta}{2 - \beta} K}
 \end{aligned}$$

Cette expression est représentée sur la Fig. 9.

Si $\beta > \beta'$, c'est-à-dire si le gaz échange plus facilement de l'énergie cinétique que de l'énergie interne avec la paroi, alors l'échange intermode fait diminuer le flux de chaleur pariétal, puisque dans ce cas particulier cet échange s'effectue dans le sens énergie cinétique \rightarrow énergie interne; c'est d'ailleurs le cas physiquement le plus réaliste. Il a été obtenu des résultats analogues pour une couche limite dissociée [9]

Si $\beta < \beta'$, alors le phénomène est inversé et l'échange intermode agit dans le sens d'une augmentation du flux de chaleur.

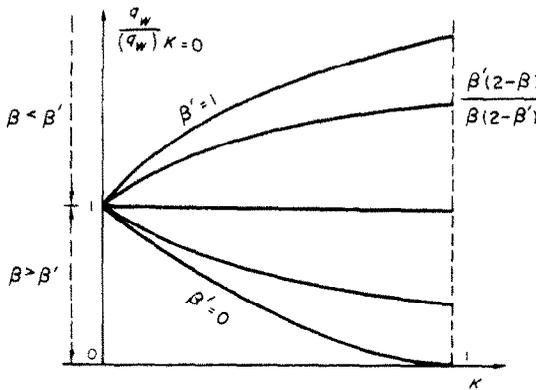


FIG. 9. Influence du coefficient d'échange K sur le flux de chaleur pariétal à l'aval d'une onde de choc réfléchie.

D'après l'analyse faite dans la première partie, il semble bien que l'échange intermode dû aux collisions intermoléculaires dans la couche de Knudsen n'a finalement que peu d'influence sur l'expression des discontinuités de température (les valeurs des coefficients k_2 et k_3 sont voisines de celles de k_1). L'influence des échanges intermodes se manifeste donc principalement lors de la réflexion moléculaire sur la paroi et les expressions (33) précisent l'influence de ces échanges sur les discontinuités de température et finalement sur le flux de chaleur pariétal.

CONCLUSION

Cans cette étude, on a dissocié deux aspects différents mais complémentaires du phénomène général de l'interaction d'un gaz polyatomique

et d'une paroi. La première partie met principalement l'accent sur l'importance des échanges intermoléculaires dans la couche de Knudsen (relaxation), la second partie sur la possibilité d'un échange intermode au niveau même de la paroi: on ne peut malheureusement dans ce dernier cas que schématiser les phénomènes en faisant intervenir des coefficients globaux.

En résumé la seconde partie donne une image qualitative de l'interaction alors que la première précise quantitativement cette interaction mais en négligeant des aspects physiques sans doute importants.

Une étude complète devrait tenir compte d'une part de la relaxation dans la couche de Knudsen (résolution de l'équation de Boltzmann) d'autre part d'une loi d'interaction réaliste entre les molécules incidentes et les atomes de la paroi, interaction qui ne pourrait s'étudier que par des méthodes issues de la mécanique quantique.

BIBLIOGRAPHIE

1. P. WELANDER, *Arkiv. Fysik* 7(6), 507 (1954).
2. J. P. LIN et P. R. WILLIS, *Physics Fluids* 15(1) 31 (1971).
3. T. F. MORSE, *Physics Fluid* 7, 159 (1964).
4. M. LARINI et R. BRUN, *C.R. Acad. Sci. Paris* 275 (24 juillet 1972).
5. R. BRUN et J. MEOLANS, *Entropie* 39, 15 (1971).
6. C. CERCIGNANI, *Mathematical Methods in Kinetic Theory*. MacMillan (1969).
7. P. BASSANINI, C. CERCIGNANI et C. D. PAGANI, *Int. J. Heat Mass Transfer* 10, 447 (1962).
8. KOGAN, *Rarefied Gas Dynamics*. Plenum Press, New York (1969).
9. W. H. DORRANCE, *Viscous Hypersonic Flow*. McGraw-Hill, New York (1962).

WALL TEMPERATURE JUMPS IN NON-EQUILIBRIUM POLYATOMIC GASES

Abstract—Two different aspects of the interaction between a non equilibrium polyatomic gas and a wall are considered and two corresponding kinetic models are presented: the one accounts for the possibility of exchange between the energy modes of the gas at the time of the molecular reflection, by defining "accommodation" and "exchange" coefficients; the other amounts to estimate the influence of the Knudsen layer thickness on the wall energy jumps by solving the B.G.K.M. equation in the frozen and equilibrium cases.

SPRÜNGE DER WAND-ENERGIE IN EINEM MEHRATOMIGEN GAS IM NICHTGLEICHGEWICHT

Zusammenfassung—Es werden zwei verschiedene Betrachtungsweisen der Wechselwirkung zwischen einem mehratomigen Gas im Nichtgleichgewicht und einer Wand dargestellt und es werden zwei entsprechende kinetische Modelle erläutert: das eine gilt für die Möglichkeit des Austausches zwischen Energie-Arten des Gases zum Zeitpunkt der molekularen Reflexion, wobei "Anpassungs"- und "Austausch"-Koeffizienten deformiert werden. Das zweite Modell zielt darauf, den Einfluss der Dicke der Knudsen-Schicht auf die Sprünge der Wandenergie zu berechnen, in dem die B.Gr. K.M. Gleichung im Falle des eingefrorenen und des eingestellten Gleichgewichts berechnet wird.

СКАЧКИ ЭНЕРГИИ НА СТЕНКЕ В НЕРАВНОВЕСНОМ МНОГОАТОМНОМ ГАЗЕ

Аннотация—Рассмотрены два различных аспекта взаимодействия между неравновесным многоатомным газом и стенкой, и представлены две соответствующие кинетические модели: одна учитывает возможность обмена между различными видами энергии газа в момент молекулярного отражения путем определения коэффициентов «аккомодации» и «обмена»; в другой учитывается влияние толщины слоя Кнудсена на скачки энергии на стенке путем решения уравнения БГКМ в замороженном и равновесном состояниях газа.